

1) Έστω ένα σύνολο αριθμών κινητής υποδιαστολής (ή αλλιώς αριθμών μηχανής) $M = M(\beta=10, t=5, U=10, L=-10)$ και έστω οι αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma \in M$ με $\alpha = 1.0$, $\beta = 3 \times 10^{-5}$ και $\gamma = 3 \times 10^{-5}$. Να βρεθεί το αποτέλεσμα του αθροίσματος $\alpha + \beta + \gamma$ μέσω προεταυριστικής ιδιότητας. Τι παρατηρείτε; ΛΥΣΗ

Γενικά, έχουμε:

$$\alpha + \beta + \gamma = (\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$$

α' τροπος

$$\text{Έστω } \alpha + \beta + \gamma = (\alpha + \beta) + \gamma.$$

$$\text{Αρχικά, } fl(\alpha) = 0.10000 \times 10^1$$

$$\text{Ενώ, } fl(\beta) = 0.30000 \times 10^{-4} \text{ και } fl(\gamma) = 0.30000 \times 10^{-4}$$

Αρα, έχουμε:

$$\begin{aligned} \triangleright fl(fl(\alpha) + fl(\beta)) &= fl(0.10000 \times 10^1 + 0.30000 \times 10^{-4}) = \\ &= fl(1.0000 + 0.00003) = fl(1.00003) \doteq 1.0000 = 1.0 \end{aligned}$$

$$\text{άρα } fl[fl(fl(\alpha) + fl(\beta)) + fl(\gamma)] =$$

$$= fl(0.10000 \times 10^1 + 0.30000 \times 10^{-4}) = 0.10000 \times 10^1$$

β' τροπος

$$\text{Έστω } \alpha + \beta + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$$

γινώσκουμε τα $fl(\alpha, \beta, \gamma)$ από τον α' τροπος

Αρα, έχουμε:

$$fl(fl(\beta) + fl(\gamma)) = fl(0.00003 + 0.00003) = fl(0.00006) =$$

$$= 0.6 \times 10^{-9}$$

$$\text{Άρα, } fl[fl(a) + fl(fl(b) + fl(c))] =$$

$$= fl(0.1 \times 10^4 + 0.6 \times 10^{-4}) =$$

$$= fl(1.0000 + 0.000006) =$$

$$= fl(1.00006) = 0.10001 \times 10^4$$

Παρατηρείται ότι ο α' όρος \neq β' όρος

Άρα δεν πληρείται η προσεταιριστική ιδιότητα στον υπολογισμό. Άρα η σειρά που γίνεται οι πράξεις έχει σημασία!!!

2) Έστω οι αριθμοί $x = 5891.26$ και $y = 0.0773414$.

Να υπολογιστεί το άθροισμα (σε υπολογιστή με βάση $\beta = 10$, σημαντικό ψηφία $t = 5$ καθώς και $-d = U = 10$, δεδομένου ότι το $fl(\cdot)$ προκύπτει από στρογγυλοποίηση)

ΛΥΣΗ

Έχουμε,

$x = 5891.26 =$ $= 0.589126 \times 10^4$	\rightarrow	$fl(x) = 0.58913 \times 10^4$
$y = 0.0773414 =$ $= 0.773414 \times 10^{-1}$	\rightarrow	$fl(y) = 0.77341 \times 10^{-1}$

$$\text{Άρα } fl(x) + fl(y) = 0.58913 \times 10^4 + 0.77341 \times 10^{-1} =$$

$$= 0.5891377341 \times 10^4$$

Άλλως

$$x + y = 5891.3373414$$

$$fl(x) + fl(y) = 0.58913373414 \times 10^4$$

$$\text{Έστω } fl(fl(x) + fl(y)) = 0,58914 \times 10^9 \leftarrow \text{στο PC.}$$

$$\text{και ως } fl(x+y) = 0,58913 \times 10^9.$$

Παρατηρούμε ότι τα αθροίσματα παραπάνω είναι διαφορετικά μεταξύ τους.

3) Έστω $x = 451852000$ και $y = -451851000$ και ως και το σφάλμα κίνησης υποδιαστολής $M = M(10, 5, 10, -10)$

Έστω ότι έχουμε $x+y = 1000$. Να υπολογιστεί το αθροίσμα $fl(fl(x) + fl(y))$; Τι παρατηρείτε;

ΜΕΤ

$$x + y = 1000$$

$$fl(fl(x) + fl(y)) = fl(0,45185 \times 10^9 - 0,45185 \times 10^9) = 0$$

από που παρατηρούμε είναι ότι η απώλεια μεγάλων αριθμών δημιουργεί στο PC μεγάλο πρόβλημα

4) Έστω $x = 7892$ και $y = 7891$ και το σφάλμα $M = M(10, 10, 10, -10)$
Δεδομένου ότι $\sqrt{x} = 0,8883692926 \times 10^2$ και

$\sqrt{y} = 0,8883130079 \times 10^2$. Να ερευνήσετε ποιο από τα παρακάτω υπολογιστικά διαφορές $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ ακριβέστερα

• $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ και • $\frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$.

ΜΕΤ

• $\sqrt{x} - \sqrt{y} = 0,5628470000 \times 10^{-2} \rightarrow$ μικρότερη ακρίβεια

• $\frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 0,5628468294 \times 10^{-2} \rightarrow$ μεγαλύτερη ακρίβεια

Από αυτά τα μηδενικά στο τέλος διακρίνεται (ανακρίβεια)